Segundo Examen Parcial

Gráficas por Computadora

Profesor: Mario Martínez Molina
Fecha: [redacted]

Alumno: [redacted] Matrícula: [redacted]

Preguntas

1. (5 pts) ¿Qué es la división de la perspectiva?
2. (5 pts) ¿Por qué se utilizan tres vectores para definir la matriz de vista?
3. (5 pts) ¿Por qué es necesario usar coordenadas homogéneas para una transformación de traslación?
4. (5 pts) Mencione y explique las propiedades deseables en una familia de splines.

Ejercicios

1. (20 pts) Calcule las coordenadas *top, bottom, left,* y *right* de un frustum determinado por un ángulo α, coordenadas $near=n$ y $far=f$. Considere que el frustum es simétrico.
2. (20 pts) En una proyección ortográfica no hay efecto de perspectiva. En consecuencia, el volumen visible para una transformación de este tipo está determinado por un rectángulo en el plano XY, así como las coordenadas $-near$ y $-far$ en la dirección $-z$. Determine la matriz de transformación para una proyección ortográfica.
3. (20 pts) Una curva de Hermite está especificada por la matriz de geometría $\boldsymbol{G_H}=[P_1 \quad P_4 \quad T_1 \quad T_4]$ y la matriz base $\boldsymbol{M_H}$. Por otra parte una curva de Bézier está especificada por la matriz de geometría $\boldsymbol{G_B}=[P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4]$ y la matriz base $\boldsymbol{M_B}$. Demuestre que si ambas curvas son equivalentes, entonces se tiene que:

$$\boldsymbol{G_B}=\boldsymbol{G_H}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

4. (20 pts) Demuestre que un spline de Catmull-Rom no tiene continuidad paramétrica C^2.

30

- El alumno no posee los conocimentos necesarios sobre transformaciones lineales .
- El alumno no demostró poseer los conocimientos sobre transformaciones afines.
- El alumno no utilizó los fundamentos teóricos sobre curvas y superficies paramétricas.

* Preguntas

2. Se utilizan tres vectores para poder mapear la posición, dirección y parte frontal

Ø pts

3. Es necesario utilizar coordenadas Homogeneas para pasar de coordenadas cartesianas a Homogeneas, la traslacion se compone apartir de matrices 4x4 y en el shader de vertices se ocupa en coordenadas homogeneas

5 pts

4. se deben cumplir a lo mas 3 de las propiedades

Construccion de puntos ; garantiza que todos los puntos sean construidos
Interpolaridad ; Garantiza la interp. para construir segmentos
continuidad C^2 ; sus derivadas son iguales en el punto de inicio y el punto final del otro

control

5 pts

3.

$$G_H = [P_1 \quad P_4 \quad T_1 \quad T_4] \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$1 \times 4 \qquad 4 \times 4$

$$= [P_1 \quad T_1 \quad -3P_1 + 3P_4 - 2T_1 - T_4 \quad 2P_1 - 2P_4 + T_1 + T_4]$$

5 pts

$$G_B = [P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4] \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [P_1 \quad -3P_1 + 3P_2 \quad 3P_1 - 6P_2 + 3P_3 \quad -P_1 + P_2 - 3P_3 + P_4]$$

4.

$$M_{CR} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{bmatrix}$$

4x4   4x1

$-t + 2t^2 - t^3$

$2 - 5t^2 + 3t^3$

$t + 4t^2 - 3t^3$

$-t^2 + t^3$

15 pts

1er derivada

$-1 + 4t - 3t^2$

$-10t + 9t^2$

$1 + 8t - 9t^2$

$-2t + 3t^2$

2da derivada

$4 - 6t$

$-10 + 18t$

$8 - 18t$

$-2 + 6t$

$Q''(1) = Q(0)$

$4 - 6(1) - 10 + 18(1) + 8 - 18(1) - 2 + 6(1)$

$= 4 - 6(0) - 10 + 18(0) + 8 - 18(0) - 2 + 6(0)$

$\rightarrow$

$0 = 0$

65

Segundo Examen Parcial

Gráficas por Computadora

Profesor: Mario Martínez Molina.
Fecha:

Alumno: Matrícula:

Preguntas

1. (5 pts) ¿Qué es la división de la perspectiva?
2. (5 pts) ¿Por qué se utilizan tres vectores para definir la matriz de vista?
3. (5 pts) ¿Por qué es necesario usar coordenadas homogéneas para una transformación de traslación?
4. (5 pts) Mencione y explique las propiedades deseables en una familia de splines.

Ejercicios

1. (20 pts) Calcule las coordenadas *top*, *bottom*, *left*, y *right* de un frustum determinado por un ángulo α, coordenadas $near = n$ y $far = f$. Considere que el frustum es simétrico.
2. (20 pts) En una proyección ortográfica no hay efecto de perspectiva. En consecuencia, el volumen visible para una transformación de este tipo está determinado por un rectángulo en el plano XY, así como las coordenadas $-near$ y $-far$ en la dirección $-z$. Determine la matriz de transformación para una proyección ortográfica.
3. (20 pts) Una curva de Hermite está especificada por la matriz de geometría $G_H = [P_1 \quad P_4 \quad T_1 \quad T_4]$ y la matriz base M_H. Por otra parte una curva de Bézier está especificada por la matriz de geometría $G_B = [P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4]$ y la matriz base M_B. Demuestre que si ambas curvas son equivalentes, entonces se tiene que:

$$G_B = G_H \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

4. (20 pts) Demuestre que un spline de Catmull-Rom no tiene continuidad paramétrica C^2.

- El alumno no utilizó los fundamentos teóricos sobre curvas y superficies paramétricas.

Preguntas

1.- Es el proceso en el cual se pasa un vector en coordenadas homogeneas a un vector en coordenadas cartesianas.

5 pts

2.- Se utilizan tres vectores porque es necesario una base ortonormal en el espacio de vista.

5 pts

3.- Se utilizan coordenadas homogeneas para realizar transformaciones compuestas,

Sea $P' = M_1 P + T_1$ y a P' se le aplica una transformacio lineal dada se tiene $P'' = M_2 P' + T_2 = M_2(M_1 P + T_1) + T_2$

$= M_2 M_1 P + M_2 T_1 + T_2$

Lo cual se complica para n transformaciones, entonces se extiende el vector P agregando una componente $W = 1$, y se tiene

$$Q' = FQ$$

$$F = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & T_x \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & T_y \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

5 pts

Y así se utilizan coordenadas homogeneas para una transformación de traslación.

4. Construccion Simple: El spline debe ser construido con curvas de orden tres.

Interpolante: Interpola cada uno de los puntos que componen a un spline

Continuidad parametrica C^2: La seguida derivada en cada punto de union deben ser iguales

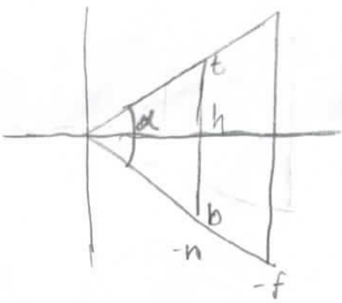
5 pts

Control Local: Al alterar un punto de control, solo afecta al siguiente y al anterior punto de control no a toda la curva

Ejercicios.

0 pts

1.



$$R = \frac{w}{h}$$

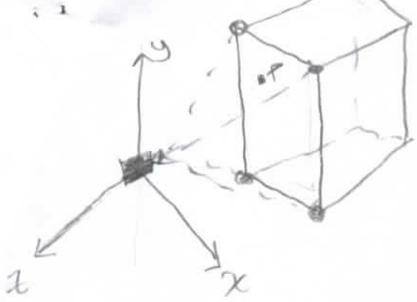
$$w = Rh$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{h}{2}}{n} = \frac{h}{2n} = \frac{t-b}{2n}$$

$$\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{2n}{h} = \frac{2n}{t-b}$$

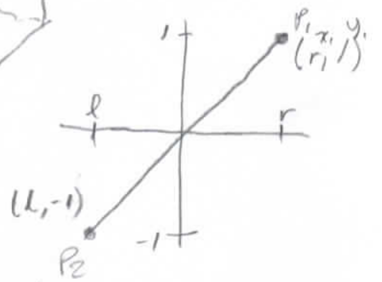
$$\frac{2n}{r-l} = \frac{2n}{w} = \frac{2n}{h} \cdot \frac{1}{R} = \frac{2n}{t-b} \cdot \frac{1}{R} = \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{1}{R}$$

2.



Es necesario mapear el intervalo $[l, r]$ al intervalo $[-1, 1]$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



$$N_x - 1 = \frac{-1-1}{l-r}(P_x - r)$$

$$N_x = \frac{-2}{l-r}(P_x - r) + 1$$

$$= \frac{-2P_x + 2r}{l-r} + \frac{l-r}{l-r}$$

$$= \frac{-2P_x + 2r + l - r}{l-r}$$

$$= \frac{-2P_x + l + r}{l-r} = \frac{-2}{l-r}P_x + \frac{l+r}{l-r}$$

Debido a que no hay efecto de perspectiva no hay coordenadas near y far

De manera similar para el intervalo $[b, t]$ se tiene:

$$N_y = \frac{-2}{b-t}P_y + \frac{b+t}{b-t}$$

~~$N_z = 0$~~ Falto mapear el intervalo $[-n, -f]$

15 pts

Matriz Ortografica

$$\begin{bmatrix} \frac{-2}{l-r} & 0 & 0 & \frac{l+r}{l-r} \\ 0 & \frac{-2}{b-t} & 0 & \frac{b+t}{b-t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_i = \frac{1}{3}(P_{i+1} - P_{i-1})$$

3. Sea $G_H = (P_1\ P_4\ T_1\ T_4)$ la matriz de geometria de Hermite, M_H la matriz base de Hermite, $G_B = (P_1\ P_2\ P_3\ P_4)$ la matriz de geometria de Bézier y M_B la matriz base de Bézier.

Si $H(t) = G_H M_H [1\ t\ t^2\ t^3]^T = G_B M_B [1\ t\ t^2\ t^3]^T = B(t)$ entonces.

$$G_B = G_H \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

20 pts

$$[P_1\ P_4\ T_1\ T_4] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 & P_1 + \frac{1}{3}T_1 & P_4 + \frac{1}{3}T_4 & P_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} & P_2 & P_3 & \end{array}$$

Sea $B'(t) = (G_B M_B [0\ 1\ 2t\ 3t^2]^T$ y sabemos que $T_i = \frac{1}{3}(P_{i+1} - P_{i-1})$

$$B'(0) = G_B M_B [0\ 1\ 0\ 0] = (P_1\ P_2\ P_3\ P_4)$$

$$B'(1) = G_B M_B [0\ 1\ 2\ 3] =$$

4. Sea $C_i(t) = \sum_{k=0}^{3} b_k(t)\, P_{i+k-1}$ --- ① la ec. fundamental para una curva cubica

$C_i'(t) = \sum_{k=0}^{3} b_k'(t)\, P_{i+k-1}$ --- ② su primer derivada

$C_i''(t) = \sum_{k=0}^{3} b_k''(t)\, P_{i+k-1}$ --- ③ su segunda derivada

10 pts

entonces $C_i''(1) \neq C_{i+1}''(0)$

$$b_0''(1)P_{i-1} + b_1''(1)P_i + b_2''(1)P_{i+1} + b_3''(1)P_{i+2} \neq b_0''(0)P_i + b_1''(0)P_{i+1} + b_2''(0)P_{i+2} + b_3''(0)P_{i+3}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} b_1''(1) \neq b_0''(0) \\ b_2''(1) \neq b_1''(0) \\ b_3''(1) \neq b_2''(0) \\ b_0''(1) \neq 0 \\ b_3''(0) \neq 0 \end{array}}$$

→ ¿Cómo puedo argumentar esto sin usar las funciones $b_K(t)$?

$\therefore C_i''(1) \neq C_{i+1}''(0)$